

OLYMPIC TOÁN TITAN VIETNAM 2019 – LỚP 9

VIETNAM TITAN MATHEMATICAL OLYMPIAD 2019 – GRADE 9 (VTMO)

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (Trả lời đúng = 4 điểm; không trả lời = 0 điểm; trả lời sai = trừ 1 điểm)

PART 1. Multiple Choice Questions (correct answer = 4 points; no answers = 0 points; wrong answer = minus 1 point)

1. Cho đa thức $P(x) = x^2 - 2019x + c$. Biết rằng cả 2 nghiệm thực của $P(x)$ đều là số nguyên tố. Tìm giá trị của c .

For polynomial $P(x) = x^2 - 2019x + c$. Know that both real solutions of $P(x)$ are prime numbers. Find the value of c .

(A) 4034 (B) 2019 (C) 2021 (D) 2017 (E) 2020

2. Cho tam giác ABC có AD là tia phân giác của $\angle A$ ($D \in BC$), biết $\angle ADB : \angle ADC = 4 : 5$. Đường trung trực của cạnh BC cắt AD tại M. Tính số đo của $\angle ABM$.

Let the triangle ABC have AD as the bisector of $\angle A$ ($D \in BC$), knowing that $\angle ADB : \angle ADC = 4 : 5$. The perpendicular line of the edge BC cuts AD at M. Calculate the measurement of $\angle ABM$.

(A) 10° (B) 20° (C) 50° (D) 90° (E) 100°

3. Hoa xuất phát từ nhà với vận tốc không đổi. Lúc 1 giờ chiều, 2 giờ chiều và 3 giờ chiều cô ấy xem lại khoảng cách đã đi được tính từ nhà. Lúc 1 giờ chiều thì khoảng cách cô ấy đã đi được là một số có 2 chữ số (tính bằng km), lúc 2 giờ chiều khoảng cách đi được vẫn là các chữ số ấy nhưng theo thứ tự ngược lại và lúc 3 giờ chiều thì khoảng cách đi được là hai chữ số ban đầu có thêm số 0 ở giữa. Hãy tính vận tốc xe của Hoa (đơn vị km/giờ).

Hoa started from home with a constant speed. At 1 pm, 2 pm and 3 pm she reviewed the distance traveled from home. At 1 pm, the distance she has traveled is a 2-digit number (in kilometers); at 2 pm the distance traveled is still these digits but in reverse order and

at 3 pm, the distance traveled is the first two digits with zero in the middle. Calculate the speed of the car (km/hour unit).

- (A) 54 (B) 45 (C) 63 (D) 36 (E) 40

4. Khi ta viết một số số tự nhiên ra ngoài mặt giấy rồi xoay tờ giấy 180 độ, số ta nhìn được vẫn không hề thay đổi so với số ban đầu ta viết ra. Các số 69, 88, 96, 0 và 8 là những số có tính chất như vậy (25, 52 và 11 không có tính chất này vì theo một số cách viết điều này không đúng). Những số như vậy được gọi là số *kim cương*. Hỏi có bao nhiêu số kim cương có 6 chữ số?

When we write some natural numbers out of the paper and rotate the paper 180 degrees, the number we see still remains unchanged from the original number we wrote. Numbers 69, 88, 96, 0 and 8 are numbers of such nature (25, 52 and 11 do not have this property because in some ways this is not true). Such numbers are called diamond numbers. How many 6-digit diamond numbers?

- (A) 45 (B) 52 (C) 48 (D) 50 (E) 65

5. Một ngày trong năm được gọi là ngày *nguyên tố* nếu như số chỉ ngày và số chỉ tháng của ngày đó đều là số nguyên tố. Ví dụ, ngày 29/3 được xem là một ngày nguyên tố vì 29 và 3 đều là các số nguyên tố, còn 28/3 không được coi là ngày nguyên tố vì 28 là hợp số. Hỏi trong năm 2019 có tổng cộng bao nhiêu ngày *nguyên tố*?

A day of the year is called a prime date if the number indicates the date and the month are prime numbers. For example, March 29 (29/3) is considered a prime date since 29 and 3 are prime numbers, while 28/3 is not considered as prime dates because 28 is a combination. So, in 2019, how many prime days are there in total?

- (A) 53 (B) 55 (C) 54 (D) 60 (E) 52

PHẦN 2. ĐIỀN ĐÁP SỐ (Trả lời đúng = 6 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời = 0 điểm)

PART 2. Open-ended Questions (Correct answer = 6 points, wrong answer or no answer = 0 points)

6. Một cầu thang có 10 bậc. Người khổng lồ muốn bước từ dưới đất lên bậc cao nhất của cầu thang đó. Ông ta có thể bước 1, 2, ..., 10 bậc trong một bước leo. Hỏi ông ta có bao nhiêu cách leo?

A staircase has 10 steps. The giant wants to climb from the ground to the highest step of that staircase. He can step 1, 2, ..., 10 steps in one climb. So, how many ways does he have to climb?

7. Cho tam giác ABC có chu vi 100 cm. Gọi (I) là đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Một tiếp tuyến với (I) song song với BC cắt AB và AC tại M và N. Biết $MN = 12$ cm, $BC > 2MN$. Tính độ dài BC (đơn vị tính cm).

Given a triangle ABC with a circumference of 100 cm. Call (I) is the inscribed circle of triangle ABC. A tangent to (I) which is parallel to BC cut AB and AC at M and N. Knowing that $MN = 12$ cm, $BC > 2MN$. Calculate the length BC (cm unit).

8. Trong một chiếc túi có 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng và 1 quả bóng xanh, mỗi lần lấy ra ngẫu nhiên 1 quả bóng. Nếu lấy được quả bóng đỏ thì được 5 điểm, nếu lấy được quả bóng vàng thì được 3 điểm và được 1 điểm nếu lấy được quả bóng xanh. Minh lấy 6 quả bóng (mỗi lần lấy 1 quả và sau đó lại bỏ vào túi) và được 20 điểm. Hỏi có bao nhiêu cách có thể để Minh lấy 6 quả bóng theo cách trên để đạt được 20 điểm?

In a bag, there is a red ball, a yellow ball and a blue ball. Each time, a random ball is drawn. If you get the red ball, you get 5 points, if you get the yellow ball, you get 3 points and get 1 point if you get the blue ball. Minh took 6 balls (each time, take one and then put it back in the bag) and he got 20 points. So, how many ways can Minh get 6 balls in the above way to get 20 points?

9. Cho A là tập hợp các số nguyên dương không lớn hơn 2019 thỏa mãn bất kỳ 2 số thuộc A thì tích của chúng đều là một số chính phương. Hỏi tập hợp A có tối đa bao nhiêu phần tử?

Let A be a set of positive integers not greater than 2019 that satisfies the property: for any 2 numbers belonging to A, their product is a square number. How many elements does A set have?

10. Đại diện của 5 quốc gia ngồi quanh một bàn tròn (mỗi một quốc gia có thể có vài đại diện). Biết rằng với hai quốc gia bất kỳ (trong 5 quốc gia nói trên), tồn tại đại diện của hai quốc gia đó ngồi cạnh nhau. Hỏi có ít nhất bao nhiêu người ngồi quanh bàn?

Representatives of 5 countries sit around a round table (each country may have several representatives). Knowing that with any two countries (in the five countries mentioned above), there are representatives of the two countries sitting side by side. So, how many people sit around the table at least?

PHẦN 3. Tự luận, 15 điểm mỗi câu. Học sinh quốc tế trình bày lời giải bằng Tiếng Anh.

PART 3. Written questions, 15 points for each correct answer. The international students must answer in English.

11.

- a. Giải phương trình: $x^2 + 3x\sqrt{x+1} = \frac{27}{4}(x+1)$
b. Tìm tất cả các cặp số nguyên tố (p, q) sao cho $p^2 + 5pq + 4q^2$ là số chính phương.

- a. Solve equation: $x^2 + 3x\sqrt{x+1} = \frac{27}{4}(x+1)$
b. Find all pairs of prime numbers (p, q) such that $p^2 + 5pq + 4q^2$ is a square number.