

OLYMPIC TOÁN TITAN VIETNAM 2019 – LỚP 8
VIETNAM TITAN MATHEMATICAL OLYMPIAD 2019 –
GRADE 8 (VTMO)

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM (Trả lời đúng = 4 điểm; không trả lời = 0 điểm; trả lời sai = trừ 1 điểm)

PART 1. Multiple Choice Questions (correct answer = 4 points; no answers = 0 points; wrong answer = minus 1 point)

1. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 10$ và $ab + bc + ca = 15$. Tính giá trị của biểu thức $A = a^2 + b^2 + c^2$.

Let a, b, c be real numbers that satisfy the conditions $a + b + c = 10$ and $ab + bc + ca = 15$. Calculate the value of the expression $A = a^2 + b^2 + c^2$.

(A) 70 (B) 65 (C) 60 (D) 75 (E) 85

2. Cho tam giác ABC có I là giao điểm của ba đường phân giác trong. Biết số đo của 3 góc $\angle BIC, \angle CIA, \angle AIB$ có tỉ lệ là 8 : 9 : 13. Tính số đo của $\angle A$.

Given the triangle ABC with I is the intersection of the three internal bisectors. Knowing that the measurements of 3 angles $\angle BIC, \angle CIA, \angle AIB$ has a ratio of 8 : 9 : 13. Calculating the measurement of $\angle A$.

(A) 10 (B) 36 (C) 32 (D) 12 (E) 18

3. Vào lúc 6 giờ sáng, xe thứ nhất xuất phát từ A đến B; cùng lúc đó xe thứ 2 đi từ B về A với vận tốc không đổi. Lúc 7 giờ 12 phút sáng hai xe gặp nhau và tiếp tục di chuyển. Xe thứ nhất đến B lúc 8 giờ sáng. Hỏi xe thứ hai đến A lúc mấy giờ?

At 6 AM, the first car starts from A to B; at the same time, the second car goes from B to A at constant speed. At 7:12 AM, the two cars meet each other and keep moving to their destination. The first car reaches B at 8 AM. So, what time is the second car to A?

(A) 8:00 (B) 9:00 (C) 10:00 (D) 11:00 (E) 8:30

4. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số có tính chất: bất kỳ 2 chữ số liền kề có hiệu không vượt quá 1. Ví dụ: 123, 434, 987, 221, 555,

How many natural numbers have 3 digits with this property: the difference of any two adjacent digits does not exceed 1. For example: 123, 434, 987, 221, 555,

- (A) 75 (B) 60 (C) 90 (D) 80 (E) 35

5. Cho tập hợp S bao gồm đôi một các số nguyên dương khác nhau sao cho không có 2 số phân biệt thuộc tập hợp đó mà số này gấp đôi số kia. Biết tập hợp S có phần tử nhỏ nhất là 5 và phần tử lớn nhất là 1023, hỏi tập hợp S có tối đa bao nhiêu phần tử?

Given a set of S consisting of positive integers pairwise different such that there are no two distinct numbers of that set, which is twice the other number. Knowing that the set S has the smallest element 5 and the largest element is 1023. So, how many elements does the set S have at most?

- (A) 341 (B) 256 (C) 512 (D) 344 (E) 350

PHẦN 2. ĐIỀN ĐÁP SỐ (Trả lời đúng = 6 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời = 0 điểm)

PART 2. Open-ended Questions (Correct answer = 6 points, wrong answer or no answer = 0 points)

6. Gọi S là tập hợp tất cả các số hữu tỉ không nguyên. Hỏi có bao nhiêu số hữu tỉ q thuộc S sao cho $20q$ là một số nguyên dương nhỏ hơn 170?

Let S be the set of all non-integer rational numbers. How many rational numbers q of S such that $20q$ is a positive integer less than 170?

7. Biết $n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$. Gọi $S(n + 1)$ là số chữ số 0 tận cùng của $n!$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để:

$$S(n + 1) - S(n) = 5.$$

Know $n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$. Calling $S(n + 1)$ is the number of the last digits 0 of $n!$. Find the smallest value of n such that:

$$S(n + 1) - S(n) = 5.$$

8. Bốn bạn A, B, C, D có tất cả 76 viên kẹo. Bốn bạn đồng thời chia số kẹo của mình cho các bạn như sau:

- A giữ lại một viên kẹo và chia đều phần còn lại cho 3 bạn kia.
- B giữ lại hai viên kẹo và chia đều phần còn lại cho 3 bạn kia.
- C giữ lại ba viên kẹo và chia đều phần còn lại cho 3 bạn kia.
- D giữ lại bốn viên kẹo và chia đều phần còn lại cho 3 bạn kia.

Cuối cùng số kẹo của các bạn bằng nhau. Hỏi ban đầu A có bao nhiêu viên kẹo?

Four friends A, B, C, D have 76 candies. At the same time, the four friends share their candies as follows:

- *A keeps one candy and divides the rest for the other three friends.*
- *B holds two candies and evenly divides the rest for the other three.*
- *C holds three candies and divides the rest for the other three.*
- *D keeps four candies and divided the rest evenly for the other three.*

Finally their candies are equal. How many candies does A have at the beginning?

9. Cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 7$ cm và $BC = 24$ cm. Trên cạnh AC lấy lần lượt các điểm E và F sao cho $AE = CF = 10$ cm. BE cắt cạnh AD tại G, BF cắt cạnh CD tại H. Tính diện tích của tứ giác EFHG.

Give the rectangle ABCD with $AB = 7$ cm and $BC = 24$ cm. On the edge AC, take points E and F respectively so that $AE = CF = 10$ cm. BE cuts edge AD at G, BF cuts CD at H. Calculates the area of the quadrilateral EFHG.

10. Cho tứ giác ABCD có $\angle BCD = 90^\circ$, $\angle ABC = 150^\circ$, $CD = AB$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD. Tính số đo góc nhọn tạo bởi MN và BC.

Give a quadrilateral ABCD with $\angle BCD = 90^\circ$, $\angle ABC = 150^\circ$, $CD = AB$. Call M and N respectively the midpoints of BC and AD. Calculates measurement of the sharp angle created by MN and BC.

PHẦN 3. Tự luận, 15 điểm mỗi câu. Học sinh quốc tế trình bày lời giải bằng Tiếng Anh.

PART 3. Written questions, 15 points for each correct answer. The international students must answer in English.

11.

- a. Cho $a \neq b, b \neq c, c \neq a$ và $a.b.c \neq 0$. Tính giá trị của biểu thức $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$, biết rằng $a(a - b) = b(b - c) = c(c - a)$.
- b. Các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn hệ thức $a + b = b(a - c)$ trong đó $c + 1$ là bình phương một số nguyên tố. Chứng minh rằng ít nhất một trong hai số $(a + b)$ hoặc $a.b$ là số chính phương.
- a. Given $a \neq b, b \neq c, c \neq a$ và $a.b.c \neq 0$. Calculate the value of the expression $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$, knowing that $a(a - b) = b(b - c) = c(c - a)$.
- b. Positive integers a, b, c satisfy the equation $a + b = b(a - c)$, where $c + 1$ is the square of a prime number. Prove that at least one number $(a + b)$ or $a.b$ is a square number.